

Logarítmica

Objetivo

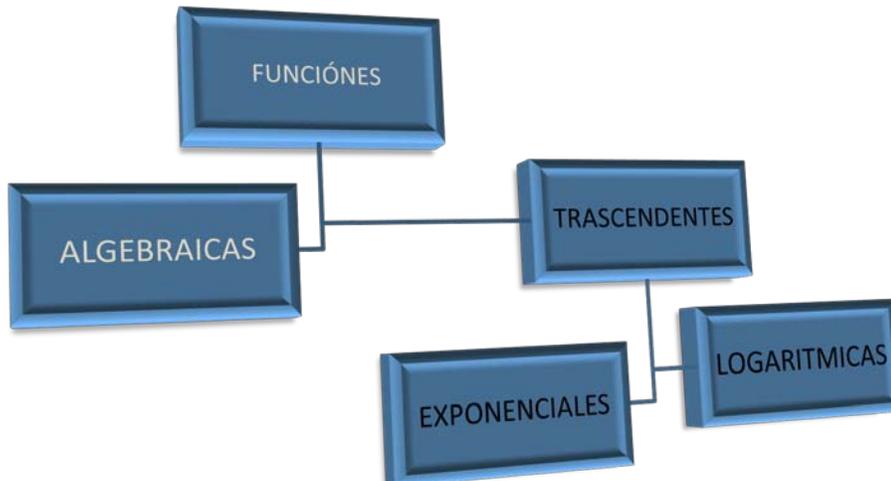
Conocer las características propias de la Función Logarítmica.

Introducción

Las funciones polinómicas, racionales e irracionales se llaman *funciones algebraicas*.

Las funciones que no son algebraicas, como las exponenciales, logarítmicas y circulares se llaman *funciones trascendentes*.

Mapa conceptual



Desarrollo

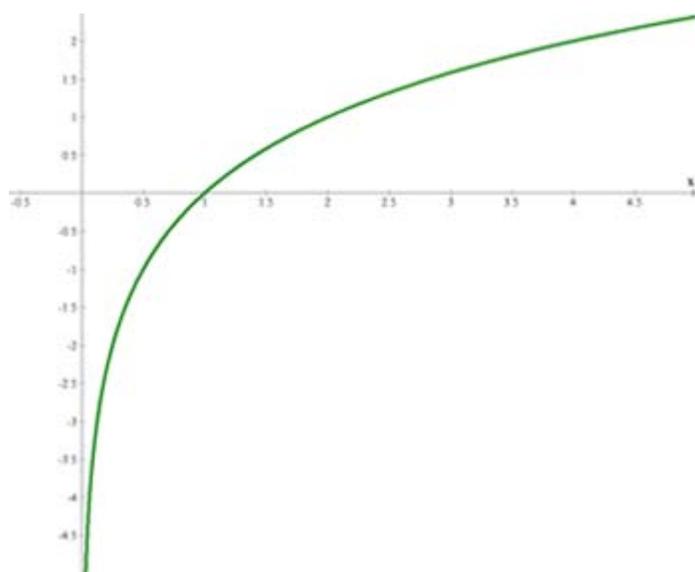
La **función logarítmica** en base a es la **función inversa de la exponencial** en base a .

$$f(x) = \log_a x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

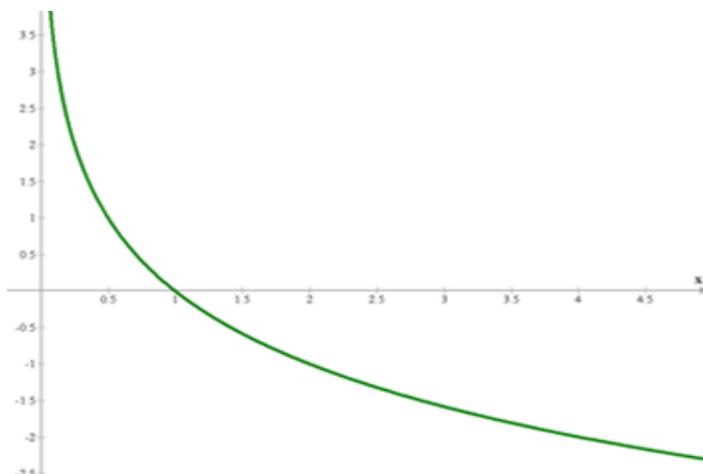
$$f(x) = \log_2 x$$

x	$y = \log_2 x$
$1/8$	-3
$1/4$	-2
$1/2$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
1/8	3
1/4	2
1/2	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3



Propiedades de las funciones logarítmicas

Dominio: \mathbb{R}^+

Recorrido: \mathbb{R}

Es continua.

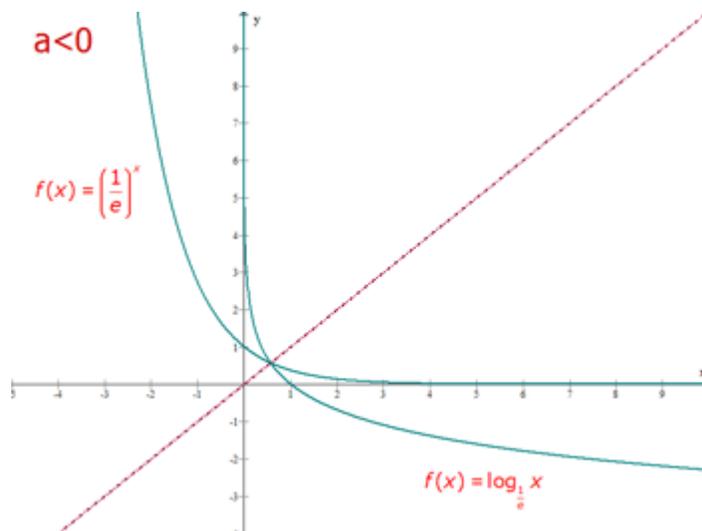
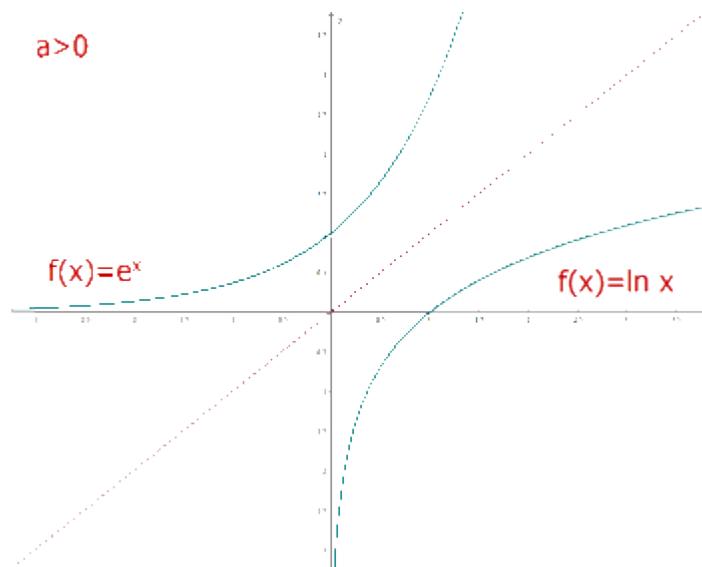
Los puntos (1, 0) y (a, 1) pertenecen a la gráfica.

Es inyectiva (ninguna imagen tiene más de un original).

Creciente si $a > 1$.

Decreciente si $a < 1$.

Las gráficas de la **función logarítmica es simétrica** (respecto a la bisectriz del 1^{er} y 3^{er} cuadrante) de la gráfica de la **función exponencial**, ya que son funciones recíprocas o inversas entre sí.



Definición de logaritmo

$$\log_a x = y \Rightarrow a^y = x \quad a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

Siendo **a** la **base**, **x** el **número** e **y** el **logaritmo**.

$$\log_2 4 = 2 \quad 2^2 = 4$$

$$\log_2 4 = 2 \quad 2^2 = 4$$

$$\log_2 1 = 0 \quad 2^0 = 1$$

Calcular por la **definición de logaritmo** el valor de **y**.

$$1 \quad \log_{\frac{1}{2}} 0.25 = y$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 0.25 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad y = 2$$

$$2 \quad \log_{\sqrt{5}} 125 = y$$

$$\sqrt{5}^y = 125 \quad 5^{\frac{1}{2}y} = 5^3 \quad y = 6$$

$$3 \quad \log 0.001 = y$$

$$10^y = 0.001 \quad 10^y = 10^{-3} \quad y = -3$$

$$4 \quad \ln \frac{1}{e^5} = y$$

$$e^y = \frac{1}{e^5} \quad e^y = e^{-5} \quad y = -5$$

$${}_5 \log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{\frac{1}{81}} = y$$

$$\sqrt{3}^y = \sqrt[5]{\frac{1}{81}} \quad 3^{\frac{1}{2}y} = 3^{-\frac{4}{5}} \quad y = -\frac{8}{5}$$

De la **definición de logaritmo** podemos deducir:

No existe el logaritmo de un número con base negativa.

$$\nexists \log_{-a} x$$

No existe el logaritmo de un número negativo.

$$\nexists \log_a(-x)$$

No existe el logaritmo de cero.

$$\nexists \log_a 0$$

El logaritmo de 1 es cero.

$$\log_a 1 = 0$$

El logaritmo en base a de a es uno.

$$\log_a a = 1$$

El logaritmo en base a de una potencia en base a es igual al exponente.

$$\log_a a^n = n$$

Propiedades de los logaritmos

1 El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_2 (4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8 = 2 + 3 = 5$$

2 El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_2 \left(\frac{8}{4} \right) = \log_2 8 - \log_2 4 = 3 - 2 = 1$$

3 El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_a (x^n) = n \log_a x$$

$$\log_2 (8^4) = 4 \log_2 8 = 4 \cdot 3 = 12$$

4 El logaritmo de una raíz es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz.

$$\log_a (\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$\log_2 (\sqrt[4]{8}) = \frac{1}{4} \log_2 8 = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$$

5 Cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_2 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Logaritmos decimales

Son los que tienen **base 10**. Se representan por **log (x)**.

Logaritmos neperianos

Son los que tienen **base e**. Se representan por **ln (x) o L(x)**.

Resumen

La **función logarítmica** en base a es la **función inversa de la exponencial** en base a.

<http://www.youtube.com/watch?v=8e0roDL-3uA>

<http://www.youtube.com/watch?v=w0OqjXKH05g&feature=related>

Bibliografía

http://www.vitutor.com/fun/2/c_14.html

<http://www.educar.org/enlared/planes/paginas/funcioneslogaritmicas.htm>