

Sesion No. 7

Distancia de una recta a un punto

Objetivo

Se conocerá el método de obtención de la distancia de una recta a un punto y la distancia entre rectas

Introducción

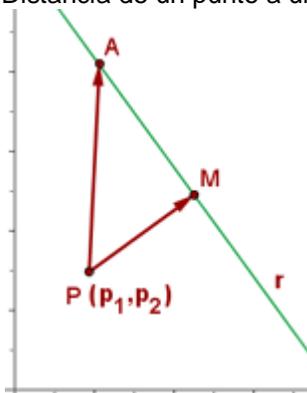
La distancia de un punto a una recta es la medida sobre una recta perpendicular a la anterior y que pase por el punto (lógicamente). Como nos darán la ecuación de la recta, sabremos la pendiente de la recta (sea m esta pendiente), entonces la pendiente de las rectas perpendiculares a esta tendrán pendiente $-1/m$. Como además esa recta tiene que pasar por el punto que nos dicen, nos será muy fácil calcular la ecuación de esa recta.

Mapa Conceptual



Desarrollo

Distancia de un punto a una recta



La distancia de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular a la recta, trazada desde el punto.

$$d(P, r) = |\overline{PM}|$$

$$d(P, r) = \frac{|A \cdot p_1 + B \cdot p_2 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo

Calcula la **distancia del punto** $P(2, -1)$ a la **recta** r de ecuación $3x + 4y = 0$.

$$d(P, r) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{2}{5}$$

Distancia al origen de coordenadas

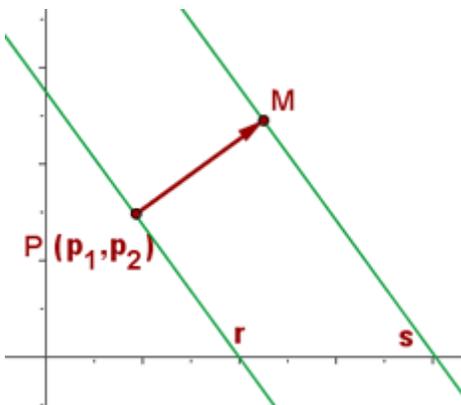
$$d(O, r) = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo

Hallar la **distancia al origen** de la **recta** $r \equiv 3x - 4y - 25 = 0$.

$$d(O, r) = \frac{|-25|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{25}{5} = 5$$

Distancia entre rectas



Para hallar la distancia entre dos rectas paralelas, se toma un punto cualquiera, P , de una de ellas y calcular su distancia a la otra recta.

$$d(r, s) = d(P, s)$$

Ejemplo

Hallar la distancia entre $r \equiv 3x - 4y + 4 = 0$ y $s \equiv 9x - 12y - 4 = 0$.

$$\frac{3}{-4} = \frac{9}{-12} \quad -36 = -36 \quad r \parallel s$$

$$3 \cdot 0 - 4y + 4 = 0 \quad y = 1$$

$$P(0, 1) \in r$$

$$d(P, s) = \frac{|9 \cdot 0 - 12 \cdot 1 - 4|}{\sqrt{9^2 + 12^2}} = \frac{16}{15}$$

Otra manera de expresar la distancia entre dos rectas es:

$$d(r, s) = \frac{|C' - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ejemplo

Hallar la distancia entre las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + k \end{cases}$$
$$r \equiv x + 3y - 5 = 0$$

$$s \equiv \frac{x + 3}{-3} = \frac{y + 5}{1}$$
$$s \equiv x + 3y + 18 = 0$$

$$d(r, s) = \frac{|18 + 5|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{23}{\sqrt{10}}$$

Resumen

La distancia de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular a la recta, trazada desde el punto.

<http://www.youtube.com/watch?v=L13DJFol-w8>

Bibliografía

http://www.vitutor.com/geo/rec/d_13.html