Sesión No. 5

Ecuación de la Recta

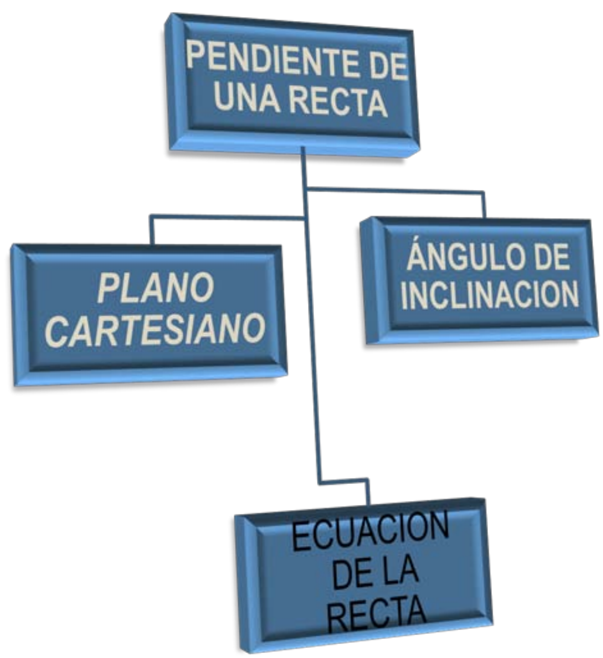
Objetivo

Determinar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados a partir de su pendiente y el ángulo de inclinación

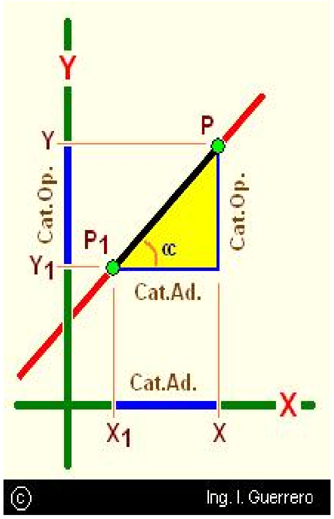
Introducción

Representación geométrica de la pendiente.
Bien, como lo vimos en la sesión anterior y regresando al razonamiento que hizo Don René para concluir en la relación matemática: $Y-Y1 = M(X-X1)$ vamos a aplicar esta regla en un Sistema Coordenado Cartesiano.

Mapa Conceptual



Desarrollo



Dibuja un triángulo rectángulo en un Sistema Coordenado Cartesiano haciendo coincidir su hipotenusa con una recta. Coloca dos puntos P(X, Y) y P1(X1, Y1) encima de la recta haciéndolos coincidir con los dos puntos extremos de su hipotenusa.

Al analizar la figura aplicando la regla “coordenada final menos coordenada inicial” obtenemos para el Cateto Opuesto proyectado al eje de las Y´s: Y-Y1 y para el Cateto Adyacente proyectado al eje de la X´s: X-X1, por lo que la expresión: Tg a = Cat.Op./Cat.Ady. podemos escribirla como:

Tg a = Cat.Op./Cat.Ady. = (Y-Y1)/(X-X1)

Si ya sabíamos que: Tg a = m; entonces m debe ser igual también a (Y-Y1)/(X-X1), o sea: m = (Y-Y1)/(X-X1) ¿De acuerdo?

Para concluir lo único que tienes que hacer es una transposición de términos y así llegar a lo que concluyó Don René.

m = (Y-Y1)/(X-X1) Pasando el divisor (X-X1) del otro lado de la expresión queda:

m(X-X1) = Y- Y1

o bien:

Y-Y1=m(X-X1)

¡¡¡LISTO!!! Esta es la expresión que descubrió Don René Descartes, y le denominó Ecuación Ordinaria de la Recta o Forma de punto y pendiente de la ecuación de la recta.

En otras palabras, para determinar la ecuación de una recta (independientemente de lo que represente físicamente) solo requieres conocer las coordenadas de un punto (X1, Y1) y la pendiente (m) de la misma. Aplicado a nuestro entorno físico, por ejemplo en la trayectoria rectilínea de un cohete si sabes la distancia (X1) y la altura (Y1) que tiene en un momento dado y además la pendiente (m) de la recta que está siguiendo entonces puedes determinar la ecuación que rige su trayectoria. ¿Qué tal?

Ahora bien, si ya sabemos que: m = (Y-Y1)/(X-X1) relacionado con dos puntos cualesquiera de la recta: P1(X1, Y1) y P2(X2, Y2) nos queda: m = (Y2-Y1)/(X2-X1). Que es otra forma de conocer la pendiente de una recta además de la ya conocida (Tg a).

Tambien recordemos que la ecuacion general de la recta esta dada por

Ax + By + C = 0

Donde la pendiente m de esta recta es

$$m_1 = -\frac{A}{B}$$

Para ejemplificar los conceptos anteriores resolvamos los siguientes ejemplos.

Hallar la ecuacion de la recta que pasa por el punto (5,8) y cuya pendiente m es de 3.

En este caso   X1 = 5 , Y1= 8

Recordando que la ecuacion de la recta en su forma punto pendiente es Y-Y1=m(X-X1)

Y sustituyendo los valores,se obtiene

Y-8=3(X-5)
Al desarrollarla e igualandola a cero
Y-8=3X-15
3X-Y-7=0   que es la ecuacion de la recta en su forma general.

Aplicando $m_1 = -\frac{A}{B}$

Se obtiene m = - (3/-1)   lo cual da m = 3 y que coincide con los datos iniciales.
Determina la ecuación general de la recta de pendiente -4 y que pasa por el punto (5,-3)
y - y1 = m(x - x1)
y - (-3) = -4(x - 5)
y + 4 = -4x + 20
Luego la ecuación pedida es 4x + y - 16 = 0.
Hallar la ecuación que pasa por el punto A(2,-4) y tiene una pendiente de (-1/3).
Solución
Al sustituir los datos dados en la ecuación punto y pendiente de la recta resulta:
y- y1= m (x- x1)
y-(-4)=-1/3(x-2)
3(y+4)=-1(x-2)
3y+12=-x+2
x+3y+12-2=0
□x+3y+10=0

Resumen

Luego entonces y aclarando lo expuesto en ésta y la sesión anterior, la pendiente de una recta puede ser positiva, negativa o cero, según el ángulo de inclinación de la recta, así:
Si = 0o entonces m= 0 (fig. 4.5. (a))
Si 0o < θ< 90o entonces m > 0 (fig. 4.5. (b))
Si 90º < θ< 180o entonces m < 0 (fig. 4.5. (c))

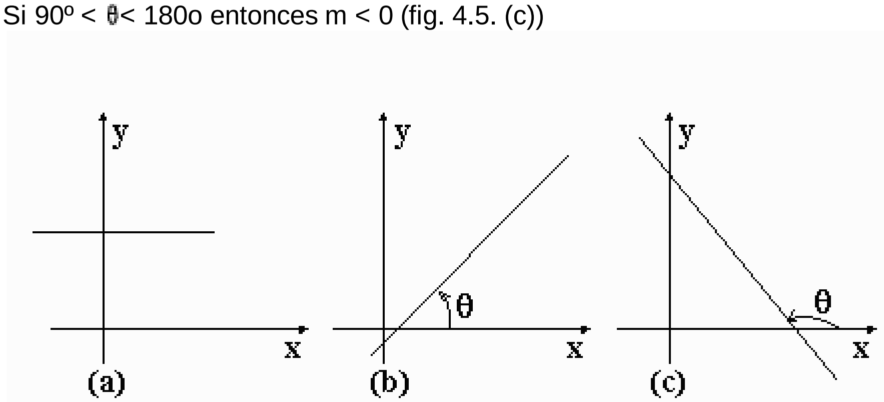


fig. 4.5.
El valor de la pendiente de una recta no depende de la elección particular de los puntos P1 y P2 escogidos sobre ellas.
Esta es la expresión que descubrió Don René Descartes, y le denominó Ecuación Ordinaria de la Recta o Forma de punto y pendiente de la ecuación de la recta.
Y-Y1=m(X-X1)

http://www.youtube.com/watch?v=O0g2-eQ_GF4&feature=related
http://www.youtube.com/watch?feature=fvwp&v=HTJ7-lENpKQ&NR=1

Bibliografía

Ruiz Basto Joaquín. “Geometría Analítica Básica”. Publicaciones Cultural, México, 2005, 180 pp.
http://www.ymipollo.com/~cognos/131160.la-distancia-mas-corta-entre-dos-puntos.html