

Sesión No. 4

Pendiente e inclinación de una recta.

Objetivo

Determinar la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta que pasa por dos puntos dados.

Introducción

René Descartes estableció la fórmula para calcular la pendiente e inclinación de una recta. Pero...

¿Cómo lo hizo Don René Descartes?

¿De donde sacó las fórmulas: $m = (Y_2 - Y_1) / (X_2 - X_1)$ y $Y - Y_1 = m(X - X_1)$

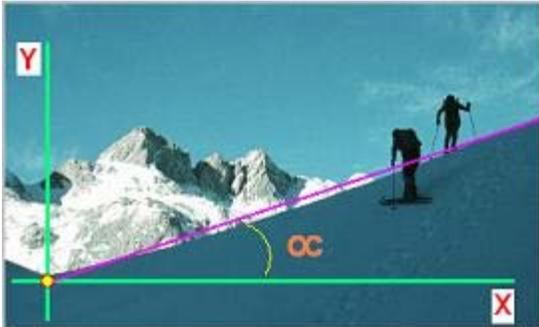
Pendiente puede indicarse con M, ó m, es igual

¿Sabes que significa el término PENDIENTE?

La palabra tiene diferentes significados, puede interpretarse como preocupación por algo, como un asunto que estás por A veces cuando alguien va a hacer ejercicio a algún lugar suele decir: subí una cuesta que tenía mucha pendiente. Los que practican montañismo dicen: la montaña que subí estaba muy inclinada, tenía mucha pendiente. Algún automovilista despistado pudo haberte dicho: dejé el carro estacionado resolver, o como una especie de "arete" colgado del lóbulo de la oreja. Sin embargo hay otra forma de entenderla y es en matemáticas.

y olvidé meterle el freno de mano, de tal manera que cuando regresé lo encontré cien metros abajo hecho pedazos, es que el terreno tenía mucha pendiente.

Debe quedarte claro entonces, que cuando se habla de inclinación de algo, ya sea un terreno, o una montaña, o una escalera, etc, en matemáticas se habla de pendiente.



Mapa Conceptual



Desarrollo

Pues bien..., la pendiente es una inclinación de algo, técnicamente para una recta se define como: la tangente de su ángulo de inclinación. Imagina que encima un trozo de hilo perfectamente estirado sobre el terreno del que quieres determinar su pendiente simulando una recta (igual que en la figura), entonces, la pendiente del terreno es la tangente del ángulo que forma el hilo respecto de una recta perfectamente horizontal (eje X).

Todo lo anterior matemáticamente se escribe: $m = \operatorname{tg} a$

Lo cual puede leerse como: La pendiente de una recta es igual a la tangente de su ángulo de inclinación.

Una primera conclusión sería: Un terreno perfectamente horizontal tiene una pendiente cero ¿por qué? porque una recta colocada sobre él igual sería perfectamente horizontal de tal forma que no tendría ángulo de inclinación.

En otras palabras $m=0$ porque: $\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} 0 = 0$, la tangente de cero es igual a cero (puedes comprobarlo en tu calculadora).

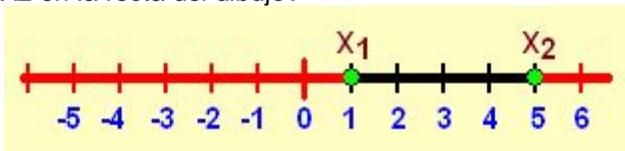
Por otra parte, ¿y si el ángulo de inclinación fuera de 90° ? O sea que la recta fuera perfectamente vertical (imagina una superficie totalmente vertical, por ejemplo un edificio) ¿cuál sería su pendiente?

En este caso, su pendiente es infinita porque $\operatorname{Tg} a = \operatorname{tg} 90^\circ = \infty$ resulta infinito. Si lo compruebas en tu calculadora científica te marcará error porque no tiene el símbolo de infinito.

Una de dos, o esta fórmula de la pendiente ($m = \operatorname{Tg} a$) se la inventó Don René, o ya existía desde antes. Esto te corresponderá investigarlo, aunque... tengo la sospecha que la inventó el Señor Descartes, pero bueno... investigalo y cuando lo sepas me pones un comentario en este artículo. Como quiera que haya sido, resulta que también hay otra expresión para la tangente de un ángulo, esta si ya debes conocerla: $\operatorname{Tg} a = \frac{\text{Cat. Op.}}{\text{Cat. Ady.}}$. La tangente del ángulo de la hipotenusa de un triángulo es igual al Cateto Opuesto sobre el Cateto Adyacente. ¿La recuerdas? debiste haber trabajado con ella desde tu educación secundaria.

Ahora bien, te diré el razonamiento que hizo Don René para concluir en la relación matemática: $Y - Y_1 = M(X - X_1)$

Antes de ello, para la siguiente figura ¿Cómo podemos obtener la distancia que hay del punto X_1 al X_2 en la recta del dibujo?



Tenemos dos alternativas, 1) contar los pequeños espacios (segmentos) que hay entre un punto y otro, y, 2) Restar las coordenadas X_2 y X_1 .

1) Contando segmentos nos da 4

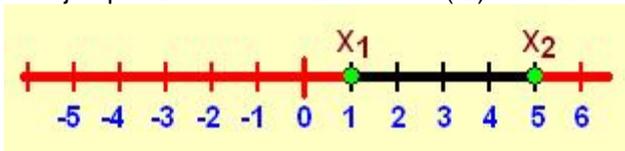
2) Haciendo una resta entre los valores de X_2 y X_1 queda: $X_2 - X_1 = 5 - 1 = 4$

El resultado es el mismo.

Bien... contar segmentos para resolver este tipo de problemas de distancia entre dos puntos colocados en una recta resulta complicado en muchísimos casos por ejemplo cuando tienes un punto en: 321 y el otro en 1,235 etc, etc, en estos casos es mejor memorizar la siguiente regla para calcular la distancia entre cualquier par de puntos: siempre debe ser "coordenada final menos coordenada inicial" o sea X_2 menos X_1 .

Esta regla funciona para cualquier caso, ya sea que los puntos estén colocados ambos sobre dos números negativos o uno sea negativo y el otro positivo, el resultado en ambos casos (contando segmentos o aplicando la regla) será el mismo, claro, respetando la Ley de los signos.

Por ejemplo: Distancia = $X_2 - X_1 = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$



Comprueba lo anterior contando los segmentos.

El caso es que debes memorizar la regla: "coordenada final menos coordenada inicial".

Resumen

Pendiente de una recta

Es el grado (medida) de inclinación de una recta, la razón de cambio en y con respecto al cambio en x .

Si una recta pasa por dos puntos distintos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , entonces su pendiente (m) está dada por:



Esto es,



http://www.youtube.com/watch?v=hHwR1k-PG_g&feature=related

Bibliografía

<http://www.ditutor.com/funciones/pendiente-recta.html>

Cuellar José A. "Matemáticas I para Bachillerato". México, Mc Graw Hill, 2003.

A. Baldor "Algebra".