

Sesión No. 3

Punto que divide a un segmento

Objetivo

Determinar el punto que divide un segmento en una razón dada.

Introducción

Determinar el punto que divide a un segmento en una razón dada, no es otra cosa que encontrar el punto que divide a un segmento dados los puntos extremos que forman el segmento.

En esta sesión, aprenderás cuáles son las expresiones que utiliza la Geometría Analítica para resolver este tipo de casos e identificarás las diferentes maneras en que se presenta.

Te invito a identificar con atención los tres casos que se mencionan a continuación.

- a) Cuando la razón es positiva
- b) Cuando la razón es negativa
- c) Cuando la razón es igual a uno

Mapa Conceptual

ELEMENTOS DADOS: OBJETIVO

<ul style="list-style-type: none">• Los puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2).• Una razón r	Encontrar el punto P (x, y) que divida al segmento.
Para x	$x = \frac{x_1 + r x_2}{1 + r}$

FORMULA

PARA y ----->

$$y = \frac{y_1 + r y_2}{1 + r}$$

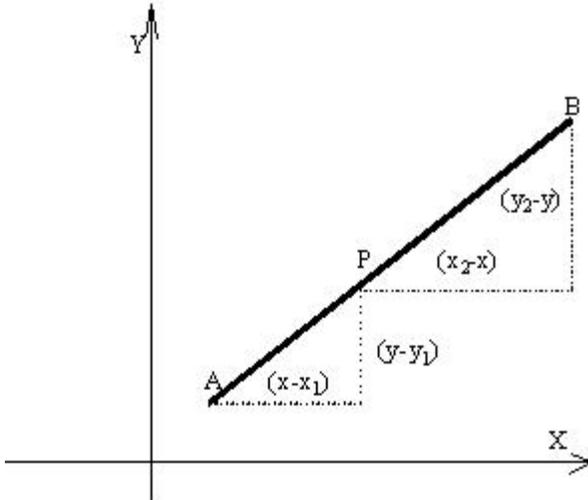
Cuando la razón es POSITIVA	El punto P se localiza en el segmento.
Cuando la razón es NEGATIVA	El punto P se localiza fuera del segmento, pero en continuación de éste.
Cuando la razón es UNO	El punto P se localiza en el punto medio del segmento.

Desarrollo

División de un segmento en una razón dada

Dado un segmento cuyos extremos sean los puntos A (x1, y1) y B (x2, y2), es posible encontrar las

coordenadas de un punto P (x, y), tal que divida al segmento en una razón tal que $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = r$



Como puede observarse, se han formado 2 triángulos semejantes de donde se puede establecer la siguiente relación:

$$\frac{\text{hipotenusa de AQP}}{\text{hipotenusa de POB}} = \frac{\text{cateto horizontal AQP}}{\text{cateto horizontal POB}} = r, \text{ es decir: } \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{x - x_1}{x_2 - x} = r$$

De donde: $x - x_1 = r(x_2 - x)$

$$x - r x = x_1 + r x_2$$

$x - r x = x_1 + r x_2$ factorizando;

$$x(1+r) = x_1 + r x_2 \text{ despejando;}$$

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1+r}$$

De manera similar ;

$$y = \frac{y_1 + r y_2}{1+r}$$

Ejemplo: Hallar las coordenadas del punto P (x, y) que divide al segmento cuyos extremos son los

puntos A (1, 1) y B (11, 6) en una razón tal que: $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{2}{3}$

De acuerdo a la relación planteada, se pueden aplicar las fórmulas obtenidas:

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1+r} = \frac{1 + (11) \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1 + \frac{22}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{\frac{25}{3}}{\frac{5}{3}} = 5$$

De manera similar: $y = 3$; por lo que las coordenadas del punto buscado son: P(5, 3)

Punto medio

El punto medio es un caso particular de la división de un segmento en una razón dada, en la cual $r = 1$. De acuerdo con ello, se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1+r} = \frac{x_1 + x_2}{1+1} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + r y_2}{1+r} = \frac{y_1 + y_2}{1+1} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Ejemplo

Obtener el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos A(3, -2) y B(-5, 4)

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3-5}{2} = -1$$

Pm :

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$$

Resumen

División de un segmento en una razón dada

Decimos que el punto B divide al segmento AC en la razón r si el cociente: $AB/BC = r$.



Para la coordenada en "X"

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1+r}$$

Para la coordenada en "Y"

$$y = \frac{y_1 + r y_2}{1+r}$$

<http://www.youtube.com/watch?v=UQoxAGWd6Ac>

<http://www.youtube.com/watch?v=Tejp8D03wl8>

Bibliografía

Ruiz Basto Joaquín. "Geometría Analítica Básica". Publicaciones Cultural, México, 2005, 180 pp.

http://uni.cue.satnet.net/downloads/unisegundo/geom_analit/materia%20geometr%EDa%20anal%EDtica