

Sesión No. 11

Circunferencia

Objetivo

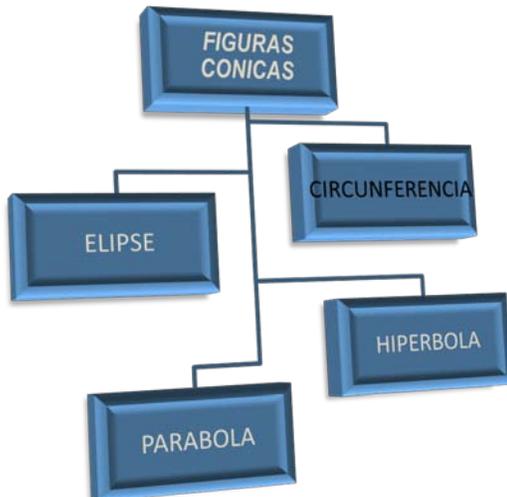
Identificar la ecuación de una circunferencia con centro fuera y en el origen.
Reconocer sus características esenciales.

Introducción

La circunferencia es una línea curva, plana y cerrada, cuya definición más usual es: Una circunferencia es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo y coplanar llamado centro.

En esta sesión veremos a la circunferencia como el resultado de un corte perpendicular al eje generacional de un cono y su representación en el plano.

Mapa conceptual



Desarrollo

Ecuación Ordinaria de la Circunferencia

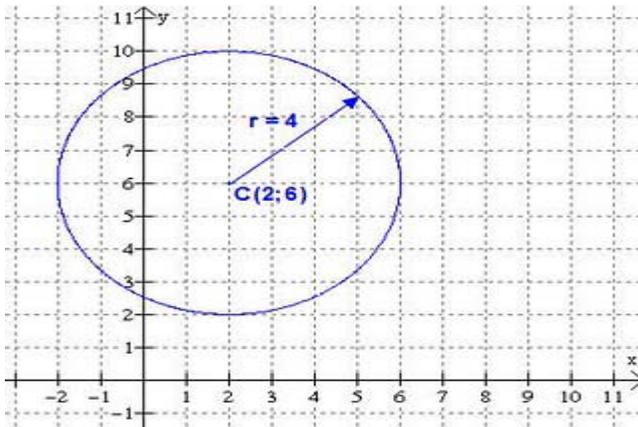
Dados las coordenadas del centro de la circunferencia $C(h;k)$ y el radio " r " de la misma, podemos utilizar la siguiente ecuación para determinar el valor de " y " correspondiente a un valor de " x ".

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $C(2;6)$ y con radio $r = 4$

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 4^2 \quad \text{de tal forma que resulta} \quad (x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$$



Ecuación Canónica de la Circunferencia

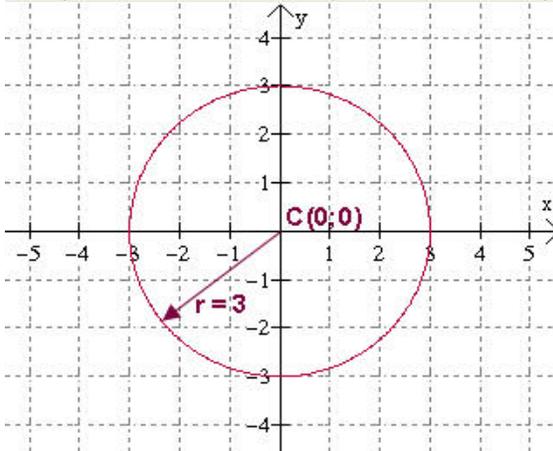
Sean ahora las coordenadas del centro de la circunferencia $C(0,0)$ y el radio "r", podemos utilizar la siguiente ecuación para determinar el valor de "y" correspondiente a un valor de "x".

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el origen y con radio $r = 3$

$$x^2 + y^2 = 3^2 \quad \text{de tal forma que resulta} \quad x^2 + y^2 = 9$$



Ecuación General de la Circunferencia

Si conocemos el centro y el radio de una circunferencia, podemos construir su ecuación ordinaria, y si operamos los cuadrados, obtenemos la forma general de la ecuación de la circunferencia.

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2; \text{ desarrollando}$$

$$x^2 - 2xh + h^2 + y^2 - 2yk + k^2 = r^2; \text{ ordenando}$$

$$x^2 + y^2 - 2xh - 2yk + h^2 + k^2 - r^2 = 0; \text{ agrupando}$$

$$x^2 + y^2 + \underbrace{(-2h)}_D x + \underbrace{(-2k)}_E y + \underbrace{(h^2 + k^2 - r^2)}_F = 0; \text{ renombrando}$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0}$$

Ejemplo:

Hallar la ecuación general de la circunferencia con centro $C(2;6)$ y radio $r = 4$

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 4^2$$

$$x^2 - 2(2x) + 2^2 + y^2 - 2(6y) + 6^2 = 4^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 12y + 36 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 12y + 4 + 36 - 16 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 12y + 24 = 0$$

$$D = -4, E = -12, F = +24$$

Observaciones:

Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ se cumple que:

Centro (h,k) está dado por

$$h = -D/2$$

$$k = -E/2$$

Radio "r" está dado por

$$r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F}$$

Resumen

Ecuación canónica $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ se cumple que:

$$h = -D/2$$

$$k = -E/2$$

$$r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F}$$

http://www.youtube.com/watch?v=K7E4mCbPLJc&feature=mfu_in_order&list=UL

<http://www.youtube.com/watch?v=WJYdPmbMpPY>

Bibliografía

Cuellar José A. "Matemáticas I para Bachillerato". México, Mc Graw Hill, 2003.

http://es.wikipedia.org/wiki/Circunferencia#Ecuaci.C3.B3n_en_coordenadas_cartesianas

http://prof-gonzales-trigonometria.blogspot.com/2007/07/blog-post_5225.html