

SESIÓN 11

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS. (DETERMINANTES)

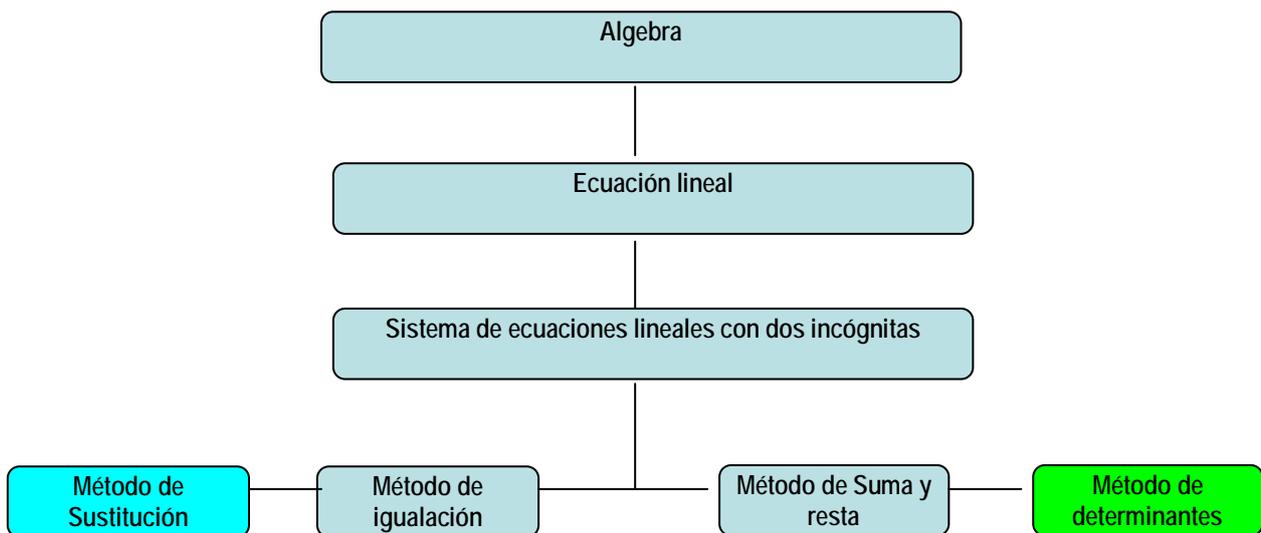
Introducción:

Otro método alternativo es por medio de determinantes. El alumno podrá introducirse a conocer los determinantes de orden 2, solucionando sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. A continuación se describirán los pasos para llegar a encontrar los valores de las variables que satisfacen el sistema de dos ecuaciones.

Objetivo:

Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de determinantes.

Mapa conceptual:



Desarrollo:

Sistema de Ecuaciones Lineales con dos Incógnitas. (Determinantes)

Un determinante de orden 2 está definido por la expresión

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

donde $a_1 b_2$ es la diagonal principal y $a_2 b_1$ es la diagonal secundaria.

Un determinante de orden 2 se resuelve restando al producto $a_1 b_2$ de la diagonal principal el producto $a_2 b_1$ de la diagonal secundaria.

Ejemplos

Calcule los siguientes determinantes:

1. $\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$

Solución

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (-2)(4) - (3)(-1) = -8 + 3 = -5$$

2. $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} =$

Solución

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5) - (4)(-3) = 10 + 12 = 22$$

3. $\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$

Solución

$$\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (6)(2) - (0)(5) = 12 - 0 = 12$$

Sistema de ecuaciones lineales método de terminantes.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

3.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 10 \\ -x + 2y = -4 \end{cases}$$

Solución

1. El determinante Δ está formado por los coeficientes de las incógnitas del sistema, es decir:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (3)(2) - (-1)(-5) = 6 - 5 = 1$$

2. El determinante $\Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & -5 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = (10)(2) - (-4)(-5) = 20 - 20 = 0$

3. El determinante $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 10 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = (3)(-4) - (-1)(10) = -12 + 10 = -2$

4. Las soluciones del sistema son

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{1} = 0$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-2}{1} = -2$$

1. $\begin{cases} 15x + 17y = 30 \\ 2x - 32y = 4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 20x - 18y = 36 \\ -3x + 7y = -14 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + 10y = 2 \\ -5x - 15y = -5 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + 7y = -7 \\ -3x - 2y = 2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x + 11y = -27 \end{cases}$

6. $\begin{cases} -13x + 2y = -45 \\ 3x + 8y = -20 \\ -13x - 15y = 8 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 12x + 23y = -70 \\ -33x + 42y = -18 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 12x - 9y = 18 \\ -3x - 14y = -37 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x + 11y = 37 \\ -9x + 13y = -21 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4x - 3y = 17 \\ 31x - y = 154 \end{cases}$

11. $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -5x + 3y = -20 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3x + 7y = 17 \\ -6x - y = -8 \end{cases}$

13.
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ -5x + y = -5 \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} 3x + 8y = 30 \\ 4x - 5y = -7 \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} 4x + 7y = 22 \\ -3x - 5y = -16 \end{cases}$$

Resumen:

En esta sesión el alumno conocerá otra de las metodologías de solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través del método de determinantes.