SESIÓN 12
PRODUCTOS NOTABLES (BINOMIO CONJUGADO Y DIFERENCIA DE CUADRADOS)

Introducción:
En esta sesión se definirán los productos notables y se solucionará através del método de binomios conjugados y diferencia de cuadrados.

Objetivo:
El alumno será capaz de identificar y solucionar los binomios conjugados y diferencia de cuadrados.

Mapa conceptual:

Productos notables

Binomios conjugados y diferencia de cuadrados

Desarrollo:

<u>5.- Productos Notables. {Binomios Conjugados, Diferencia de Cuadrados, Binomio al Cuadrado, Binomio al Cubo}</u>

Los productos notables son productos que se efectúan con la aplicación de reglas determinadas para llegar al resultado de manera inmediata.

<u>1. Binomios Conjugados</u>

Definición:

$(a + b)\ (a + b) = a^2 + b^2$

Ejemplos:

1. $(x + y)(x - y) =$

Solución

De acuerdo con la definición anterior tenemos que $a = x$ y $b = y$; de donde se sigue inmediatamente que $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$.

2. $(3xy - 2)(3xy + 2) =$

Solución

Si $a = 3xy$ y $b = 2$, se tiene que $(3xy - 2)(3xy + 2) = 9x^2y^2 - 4$

3. $\left(\frac{5}{2}a^3y + x^4\right)\left(\frac{5}{2}a^3y - x^4\right) =$

Solución

Sea $a = \frac{5}{2}a^3y$ y $b = x^4$, se tiene que $= \left(\frac{5}{2}a^3y + x\right)\left(\frac{5}{2}a^3y - x^4\right) =$
$\left(\frac{25}{4}a^6y^2 - x^8\right)$

1. $(x+y)(x-y)$

Solución:

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2.$$

2. $(m-n)(m+n)$

Solución:

$$(m-n)(m+n) = (m+n)(m-n) = m^2 - n^2.$$

3. $(a-x)(x+a)$

Solución:

$(a-x)(x+a) = (a-x)(a+x)$ {cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis},

$\Rightarrow$ $(a-x)(x+a) = (a+x)(a-x)$ {cambiando el orden de los factores};

$\therefore$ $(a-x)(x+a) = a^2 - x^2.$

4. $(x^2+a^2)(x^2-a^2)$

Solución:

$(x^2+a^2)(x^2-a^2) = (x^2)^2 - (a^2)^2 = x^{2\times 2} - a^{2\times 2};$

$\therefore$ $(x^2+a^2)(x^2-a^2) = x^4 - a^4$

5. $(2a-1)(1+2a)$

<u>Solución</u>:

$(2a-1)(1+2a) = (2a-1)(2a+1)$ {cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis},

$\Rightarrow$ $(2a-1)(1+2a) = (2a+1)(2a-1)$ {cambiando el orden de los factores};

$\therefore$ $(2a-1)(1+2a) = (2a)^2 - 1^2 = 4a^2 - 1.$

6. $(n-1)(n+1)$

<u>Solución</u>:

$(n-1)(n+1) = (n+1)(n-1)(n+1) = n^2 - 1.$

7. $(1-3ax)(3ax+1)$

<u>Solución</u>:

$(1-3ax)(3ax+1) = (1-3ax)(1+3ax)$ {cambiando el orden de los sumandos en el segundo paréntesis},

$\Rightarrow$ $(1-3ax)(3ax+1) = (1+3ax)(1-3ax)$ {cambiando el orden de los factores};

$\therefore$ $(1-3ax)(3ax+1) = 1^2 - (3ax)^2 = 1 - 9a^2x^2.$

<u>2. Diferencia de Cuadrados</u>

Definición:

$a^2 + b^2 = (a + b)\ (a + b)$

Ejemplos:

1. $\boxed{y^4 - 36 =}$

Solución

Para encontrar la diferencia de cuadrados es importante determinar quiénes son a y b. Para ello, extraiga la raíz cuadrada de y^4 y 36, que son respectivamente y^2 y 6; luego $a = y^2$ y $b = 6$. De donde:

$$y^4 - 36 = (y^2 - 6)(y^2 + 6)$$

2. $\boxed{121k^2 - 81w^4y^6 =}$

Solución

Al extraer la raíz cuadrada de $121k^2$ y $81w^4y^6$ respectivamente, tenemos que: $a = 11k$ y $b = 9w^2y^3$. De donde:

$$121k^2 - 81w^4y^6 = (11k + 9w^2y^3)(11k - 9w^2y^3)$$

3. $\boxed{4w^2 - x^4 =}$

Solución

Al extraer la raíz cuadrada de $4w^2$ y x^4 respectivamente, tenemos que: $a = 4w^2$ y $b = x^4$. De donde:

$$4w^2 - x^4 = (2w - x^2)(2w + x^2)$$

Tarea:

1. $(-9u + v^2)(-9u - v^2) =$
2. $(4u - 3v^2)(4u + 3v^2) =$
3. $(-6u - 5v^2)(-6u + 5v^2) =$
4. $(8u + 2v^2)(8u - 2v^2) =$
5. $(-u + 8v^2)(-u - 8v^2) =$
6. $(-3u + 8v^2)(-3u - 8v^2) =$
7. $(-5u - v^2)(-5u + v^2) =$
8. $(-7u - 6v^2)(-7u + 6v^2) =$

9. • $9x^2 - 36y^4$

10. • $4x^2 - 9y^4$

11. • $4x^2 - 36y^4$

12. • $49x^2 - 1y^4$

13. • $49x^2 - 36y^4$

14. • $49x^2 - 4y^4$

15. • $16x^2 - 1y^4$

Resumen:
En esta sesión se proporciona al alumno conocimientos para resolver por medio de productos notables diferentes binomios que por una regla general nos llevan a un resultado rápido por el método de binomios conjugados y diferencia de cuadrados.

Bibliografía:

Summel, F. Matemáticas I: Operaciones algebraicas, Ecuaciones lineales. Pearson educación. Primera ed. México. 2007.

http://www.profesorenlinea.cl/matematica/AlgebraProductosnotables.htm

http://www.ditutor.com/polinomios/productos_notables.html