

SESIÓN 8

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS. (MÉTODO SUSTITUCIÓN)

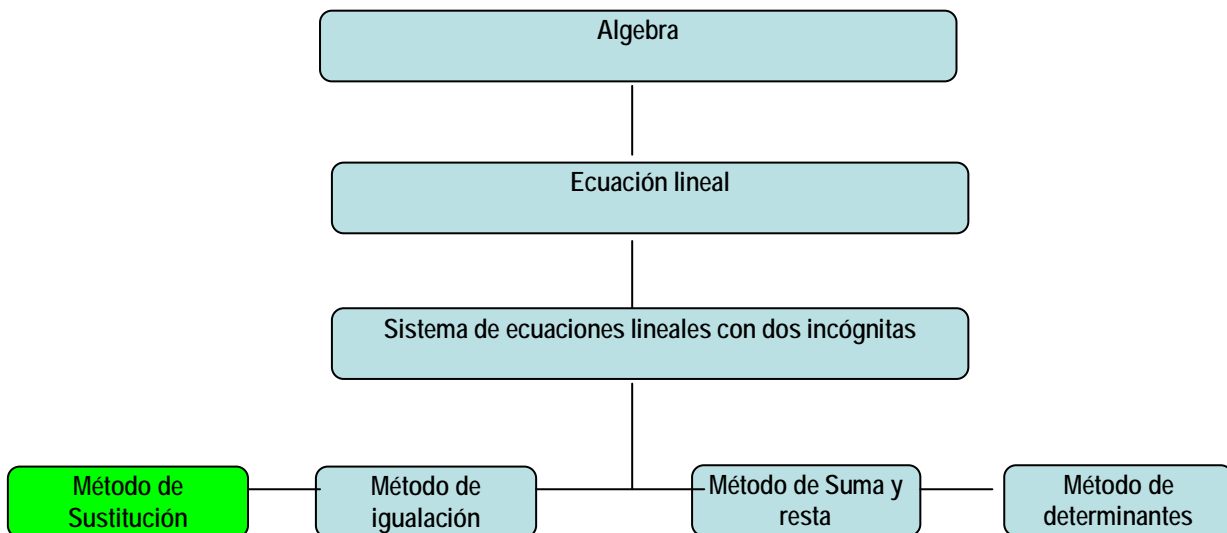
Introducción:

Existen varias metodologías de solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Uno de los procedimientos es el método de sustitución. A continuación se describirán los pasos para llegar a encontrar los valores de las variables que satisfacen el sistema de dos ecuaciones.

Objetivo:

Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.

Mapa conceptual:



Desarrollo:

Sistema de Ecuaciones Lineales con dos Incógnitas. (Método sustitución)

Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas x y y consta de dos ecuaciones del tipo $a_1x + b_1y = c_1$ (1)
 $a_2x + b_2y = c_2$ (2) donde a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 y c_2 son constantes.

La solución del sistema definido anteriormente es el conjunto de valores de x y y que satisfacen ambas ecuaciones.

PASOS PARA RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS POR EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

1. Numere las ecuaciones.
2. Despeje cualquiera de las dos incógnitas (x o y) de cualquiera de las dos ecuaciones (1) o (2). Numere dicho despeje con (3).
3. Sustituya el valor obtenido de la incógnita (x o y) en la otra ecuación (1 o 2, según el caso) que no se despejó y se resuelva para (x o y). El resultado es la primera solución del sistema.
4. Sustituya el valor obtenido (para x o y) en la ecuación (3). El resultado obtenido es la segunda solución del sistema.
5. Escriba las soluciones del sistema.

Ejemplos

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.

1.
$$\begin{cases} 2x + 6y = 8 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

Solución

1. Numere las ecuaciones.

$$\begin{aligned} 2x + 6y &= 8 & (1) \\ 3x - 4y &= -1 & (2) \end{aligned}$$

2. Despeje cualquiera de las dos incógnitas (x o y) de cualquiera de las dos ecuaciones (1) o (2). En este caso x de la ecuación (1).

$$\begin{aligned} 2x + 6y &= 8 \\ 2x &= 8 - 6y \\ x &= \frac{8 - 6y}{2} \\ x &= 4 - 3y & (3) \end{aligned}$$

3. Sustituya el valor de x en la ecuación (2).

$$\begin{aligned} 3(4 - 3y) - 4y &= -1 \\ 12 - 9y - 4y &= -1 \\ 12 - 13y &= -1 \\ -13y &= -1 - 12 \\ y &= \frac{-13}{-13} \\ y &= 1 \end{aligned}$$

4. Sustituya el valor de y en la ecuación (3).

$$\begin{aligned} x &= 4 - 3(1) \\ x &= 4 - 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

5. La solución del sistema es $x = 1$ y $y = 1$.

2.
$$\begin{cases} 5x - 3y = 10 \\ -2x + 7y = -4 \end{cases}$$

Solución

1. Numere las ecuaciones.

$$\begin{aligned} 5x - 3y &= 10 & (1) \\ -2x + 7y &= -4 & (2) \end{aligned}$$

2. Despejar cualquiera de las dos incógnitas (x o y) de cualquiera de las dos ecuaciones (1) o (2). En este caso y de la ecuación (2).

$$\begin{aligned} -2x + 7y &= -4 \\ 7y &= -4 + 2x \\ y &= \frac{-4 + 2x}{7} \quad (3) \end{aligned}$$

3. Sustituya el valor de y en la ecuación (1). De donde:

$$\begin{aligned} 5x - 3\left(\frac{-4 + 2x}{7}\right) &= 10 \\ 5x + \frac{12 - 6x}{7} &= 10 \\ 35x + 12 - 6x &= 70 \\ 29x &= 58 \\ x &= \frac{29}{58} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

4. Sustituir el valor de x en la ecuación (3).

$$\begin{aligned} y &= \frac{-4 + 2(2)}{7} \\ y &= \frac{-4 + 4}{7} \\ y &= \frac{0}{7} \\ y &= 0 \end{aligned}$$

5. La solución del sistema es $x = 2$ y $y = 0$.

3.

$$\begin{cases} 3x + 8y = 33 \\ -5x + 4y = -3 \end{cases}$$

Solución

1. Numere las ecuaciones.

$$\begin{aligned} 3x + 8y &= 33 & (1) \\ -5x + 4y &= -3 & (2) \end{aligned}$$

2. Despeje cualquiera de las dos incógnitas (x o y) de cualquiera de las dos ecuaciones (1) o (2). En este caso y de la ecuación (1).

$$\begin{aligned} 3x + 8y &= 33 \\ 8y &= 33 - 3x \\ y &= \frac{33 - 3x}{8} \quad (3) \end{aligned}$$

3. Sustituya el valor de y en la ecuación (2). De donde:

$$\begin{aligned} -5x + 4\left(\frac{33 - 3x}{8}\right) &= -3 \\ -5x + \frac{132 - 12x}{8} &= -3 \\ -40x + 132 - 12x &= -24 \\ -52x &= -156 \\ x &= \frac{-156}{-52} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

4. Sustituya el valor de x en la ecuación (3).

$$\begin{aligned} y &= \frac{33 - 3(3)}{8} \\ y &= \frac{33 - 9}{8} \\ y &= \frac{24}{8} \\ y &= 3 \end{aligned}$$

5. La solución del sistema es $x = 3$ y $y = 3$.

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.

1.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -5x + 3y = -20 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3x + 7y = 17 \\ -6x - y = -8 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ -5x + y = -5 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 3x + 8y = 30 \\ 4x - 5y = -7 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 4x + 7y = 22 \\ -3x - 5y = -16 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x - 3y = -2 \\ -x + 8y = 7 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 4x + 7y = 8 \\ -x - 5y = -2 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 9x + 7y = -9 \\ -4x + 8y = 4 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} 3x + 15y = 0 \\ 2x - 7y = 0 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ -7x + 8y = 16 \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -5x + 3y = -20 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} 3x + 7y = 17 \\ -6x - y = -8 \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ -5x + y = -5 \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} 3x + 8y = 30 \\ 4x - 5y = -7 \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} 4x + 7y = 22 \\ -3x - 5y = -16 \end{cases}$$

Resumen:

En esta sesión el alumno conocerá una de las metodologías de solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través del método de sustitución. En la siguiente sesión, se darán las herramientas necesarias para aplicar el método de igualación para solucionar este tipo de sistemas de ecuaciones.

Bibliografía:

Summel, F. (2007). Matemáticas I: Operaciones algebraicas, Ecuaciones lineales. Primera ed. Pearson educación. México.